

## 1. Introductie

Op de website [www.devoecht.com](http://www.devoecht.com) vond ik interessante informatie over het zelf bouwen van zonnecollectoren. In het discussieforum komt op allerlei plaatsen de kwestie aan de orde hoe dik de koperen (of aluminium) plaat moet zijn en de afstand van de buizen. En de vraag of iemand er wat aan kon berekenen. Ik was op dat moment met die materie bezig en heb de benodigde formules ontwikkeld. Dat was eenvoudiger en leuker dan met googelen iets te vinden.

De vlakke collector bestaat uit een plaat van koper of aluminium, waarop buizen zijn aangebracht waardoor water wordt gevoerd, al dan niet met antivries. Gevoelsmatig valt in te zien dat een kleine afstand tussen de buizen gunstig is voor de totale warmteopbrengst. Dat geldt ook voor een dikkere plaat. Een kleinere buizenafstand en een dikkere plaat brengen echter kostenverhogingen met zich mee.

In onderstaande beschouwingen wordt een berekeningswijze geïntroduceerd die een kwantitatieve schatting mogelijk maakt van de warmtetechnische consequenties van de buisafstand en de plaatdikte. Samengevat in een tabel waarin het rendement afleesbaar is als functie van plaatdikte en buisafstand. De tabel laat zich goed begrijpen zonder wiskundige voorkennis.

De afleiding van de formules is opgenomen voor geïnteresseerden en tevens om de -terechte- vraag te voorkomen waarop de berekeningen zijn gebaseerd.

Aan de invloed van de afdekking in de vorm van glas of kunststof wordt hier geen aandacht besteed. Dat geldt ook voor de warmteoverdracht van de plaat naar het koelwater.

Tegen verspreiding van de informatie is geen bezwaar mits met bronvermelding.

## 2. Samenvatting en rendementstabel

Zie ook de tekening op blz. 2. Voor het berekenen van het rendement  $R$  van een gegeven strip is uitgegaan van de ideale situatie waarbij het maximum aan warmte ingevangen wordt. Dat vindt plaats als de gehele strip met lengte  $L = 1$  en breedte  $D$  op een gelijke temperatuur  $T_0$  wordt gehouden, denkbaar bij een oneindig dikke plaat of oneindig veel buisjes naast elkaar. De warmte-instraling is bij deze plaattemperatuur  $I_0$  ( $W/m^2$ ). De opbrengst  $I_0LD = I_0D$  van deze referentieplaat wordt op 1 gesteld ofwel 100%. De warmteopbrengst van een gegeven strip met dezelfde afmetingen is  $I_{strip}$ .

$$R = \frac{I_{strip}}{I_0D} = \frac{1}{z}(1 - e^{-z}) \quad \text{waarin} \quad z = D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}$$

Hierin is  $D$  (in m) de halve buisafstand,  $h$  (in m) de plaatdikte en  $\lambda$  (in  $W/mK$ ) de warmtegeleidingscoëfficiënt van het toegepaste materiaal. In onderstaande tabel een overzicht van de rendementen  $R$ , waarbij overigens de buisafstand in cm en  $h$  in mm worden vermeld. Voor koperen platen, waarvoor geldt dat  $\lambda = 370$   $W/mK$ . Het getal  $e = 2,718 \dots$  in de formule is een bekend getal in de wiskunde, zoiets als  $\pi = 3,1416 \dots$

De rendementen  $R$  gelden voor het temperatuurtraject  $T_0 = 40 - 80$  °C, voor elke warmte-invang. De tabel geldt ook voor aluminium, waarbij dan de plaatdikten verdubbeld moeten

worden omdat voor aluminium de warmtegeleidingscoëfficiënt ongeveer de helft is van die van koper:  $\lambda = 200 \text{ W/mK}$ .

Plaatdikte h in mm	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1,0
Buisafstand cm	D m	R	R	R	R	R
30	0,15	0,50	0,56	0,60	0,63	0,67
20	0,10	0,62	0,67	0,70	0,73	0,76
15	0,075	0,69	0,73	0,76	0,78	0,81
10	0,05	0,78	0,81	0,83	0,85	0,87
5	0,025	0,88	0,90	0,91	0,92	0,93
Referentie		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

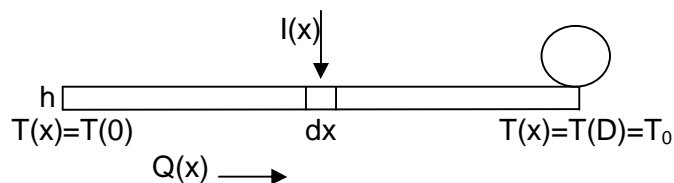
Rekenvoorbeeld. U twijfelt tussen een plaat met dikte 0,2 mm, buisafstand 10 cm en een plaat met dikte 0,4 mm, ook buisafstand 10 cm. In de tabel worden respectievelijk rendementen gevonden van 0,78 en 0,83. Met de dikkere plaat wordt  $(0,83 - 0,78)/0,78 \times 100 = 6,4 \%$  meer warmte ingevangen.

### 3. Warmtetransport in langsrichting door een metaalplaat

We gaan uit van een strip metaalplaat met lengte L, breedte D en dikte h. In de lengterichting is langs één zijde een pijp bevestigd waardoor koelvloeistof loopt. Zie tekening. De temperatuur van de plaat is op die plek  $T_0$ . x is de afstand van de rand tot de pijp. Aan de linkerrand geldt  $x = 0$ , ter plekke van de pijp geldt dus  $x = D$ .

De netto instraling (bruto instraling onder de afdekking minus uitstraling van de plaat zelf) is  $I(x)$  in  $\text{W/m}^2$ . Het metaal heeft een warmtegeleidingscoëfficiënt  $\lambda$  in  $\text{W/mK}$ . De temperatuur T (in K, resp. °C) is afhankelijk van de plaats x, dus  $T = T(x)$ .  $T(0) > T(D)$ .

Tekening dwarsdoorsnede  
Buisafstand = 2D



Er geldt nu:

$$Q(x) = -\lambda L h \frac{dT(x)}{dx} \quad (1) \quad \text{waarin } Q(x) \text{ de warmtestroom in Watt, naar rechts gericht.}$$

Het min-teken omdat  $\frac{dT(x)}{dx}$  negatief is en Q positief. Uit deze vergelijking volgt door differentiëren een andere vergelijking die we hierna nodig hebben.

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -\lambda L h \frac{d^2T(x)}{dx^2} \quad (2)$$

Er kan eveneens gesteld worden dat

$$dQ(x) = I(x)L \cdot dx \quad \text{ofwel} \quad \frac{dQ(x)}{dx} = I(x)L \quad (3)$$

$$\text{Uit (2) en (3) volgt: } \frac{dQ(x)}{dx} = I(x)L = -\lambda L h \frac{d^2T(x)}{dx^2} \quad \text{ofwel} \quad I(x) = -\lambda h \frac{d^2T(x)}{dx^2} \quad (4)$$

#### 4. Warmte-instraling resp. -uitstraling

Een zwart lichaam zendt warmtestraling uit:  $E_z = \sigma T^4$  in  $W/m^2$ , waarin  $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$ . Vanuit de "hemel" wordt warmtestraling ontvangen, waarbij die gedacht wordt vanaf een zwart lichaam met een denkbare temperatuur  $T_H$ . Voor de invallende straling geldt dus

$$E_{in} = \sigma T_H^4 \quad (5)$$

Onze (zwarte) collectorplaat straalt eveneens warmte uit, bepaald door de temperatuur  $T(x)$  ter plekke van  $x$ . Voor de uitgestraalde warmte geldt:  $E_{uit} = \sigma T(x)^4$  (6)

Het is lastig werken met niet-lineaire functies, reden om (6) te lineariseren in het werkgebied van zonnecollectoren, rond de  $60^\circ C = 333 K$ , het gebied van bijv.  $40 - 80^\circ C$ . We doen alsof de functie in dat gebied lineair is, vergelijkbaar met de werkwijze van het kadaster die op lokaal gebied de aarde als plat beschouwt.

Vergelijking (6) wordt nu:

$$E_{uit} = \sigma(333 + T(x))^4 = \sigma \cdot 333^4 \left(1 + \frac{T(x)}{333}\right)^4 \cong \sigma \cdot 333^4 \left(1 + \frac{4T(x)}{333}\right) = 697 + 8,4T(x) \quad (7)$$

De termen met  $T(x)^2$ ,  $T(x)^3$  en  $T(x)^4$  mogen verwaarloosd worden t.o.v. de term met  $T(x)$  omdat zij tesamen kleiner zijn dan 5% binnen het traject  $50 - 70^\circ C$  en kleiner dan 10% in de trajecten  $40 - 50$  resp.  $70 - 80^\circ C$ .

$T(x)$  is hier de temperatuur in  $^\circ C$  minus  $60^\circ C$ . Als we  $T(x) = 20$  invullen bedoelen een temperatuur van 80 graden op de Celsiuschaal.  $-20$  is dus 40 graden op de Celsiuschaal. De af te leiden formules en de eindresultaten zijn geldig in het gebied van 40 tot  $80^\circ C$ , in mindere mate daarbuiten. De afwijkingen bij 40 en  $80^\circ C$  blijken gering te zijn en van geen belang voor het algehele beeld. Zie hoofdstuk 6.

Het verschil tussen instraling en uitstraling is de netto warmte-instraling  $I(x)$ . Dus:

$$I(x) = E_{in} - E_{uit} = \sigma T_H^4 - 697 - 8,4T(x) = 8,4(C - T(x)) \quad (8) \quad \text{waarin } C = \frac{\sigma T_H^4 - 697}{8,4} \quad (9)$$

$I(x)$  is positief derhalve geldt  $C > T(x)$

De  $T_H$  en daarmee  $C$  heeft een bepaalde waarde bij zekere weersomstandigheden.  $T(x)$  wordt in overwegende mate bepaald door temperatuur van het koelwater via de temperatuur  $T_0$  van de plaat onder een buis ter plaatse van  $x = D$ .

$$\text{Uit (4) en (8) volgt: } I(x) = 8,4(C - T(x)) = -\lambda h \frac{d^2 T(x)}{dx^2} \quad (10)$$

$$\text{Hieruit: } \frac{d^2 T(x)}{dx^2} + \frac{8,4}{\lambda h} (C - T(x)) = 0 \quad \text{ofwel} \quad \frac{d^2 (C - T(x))}{dx^2} - \frac{8,4}{\lambda h} (C - T(x)) = 0 \quad (11)$$

$C$  mag worden toegevoegd in het differentiaalquotiënt omdat  $\frac{dC}{dx} = \frac{d^2 C}{dx^2} = 0$ .

De oplossing van vergelijking (11) is in onze situatie:

$$C - T(x) = (C - T_0) \cdot e^{-(x-D)\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} \quad (12)$$

### 5. Netto warmteinstraling = warmteproductie per strip met breedte D

Uit (8) en (12) volgt:  $I(x) = 8,4(C - T(x)) = 8,4(C - T_0) \cdot e^{-(x-D)\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} \quad (13)$

Voor het berekenen van de warmteinstraling per strip gaan we uit van een lengte  $L=1$  m. Vergelijking (13) moet voor de breedte geïntegreerd worden van  $x = 0$  tot  $x = D$ . Ofwel:

$$I_{\text{strip}} = \int_0^D 8,4(C - T_0) \cdot e^{-(x-D)\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} dx = \int_0^D \frac{8,4(C - T_0)}{\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} \cdot e^{-(x-D)\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} \cdot d(x - D) \sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}} \quad (14)$$

$$I_{\text{strip}} = \frac{8,4(C - T_0)}{\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} (1 - e^{-D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}}) \quad (15)$$

Nogmaals: deze betrekking geldt voor een strip ter lengte van 1 meter en breedte D.

De buisafstand wordt dan  $2D$  aangezien de buis wordt bevestigd in het midden van een (denkbare) strip met een breedte van  $2D$ .

### 6. Rendement

Voor het berekenen van het rendement R van een gegeven strip gaan we uit van de ideale situatie waarbij het maximum aan warmte ingevangen kan worden. Dat vindt plaats als de hele strip op de temperatuur  $T_0$  wordt gehouden, denkbaar bij een oneindig dikke plaat of oneindig veel buisjes naast elkaar. Het rendement R van deze referentieplaat wordt op 1 gesteld ofwel 100%.

In deze situatie is de warmte-instroom conform vergelijking (8):

$$I_0 = 8,4(C - T_0) \text{ W/m}^2. \text{ Voor een strip met lengte } L = 1 \text{ en een breedte } D \text{ dus}$$

$$I_0 L D = 8,4(C - T_0) L D \quad \text{ofwel} \quad I_0 D = 8,4(C - T_0) D \quad (16)$$

Het rendement is nu:  $R = \frac{I_{\text{strip}}}{I_0 D} = \frac{8,4(C - T_0)}{\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} (1 - e^{-D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}}) \frac{1}{8,4(C - T_0) D} = \frac{1}{D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}} (1 - e^{-D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}}})$

Ofwel

$$R = \frac{I_{\text{strip}}}{I_0 D} = \frac{1}{z} (1 - e^{-z}) \quad (17) \quad \text{waarin} \quad z = D\sqrt{\frac{8,4}{\lambda h}} \quad (18)$$

Voorwaar een heel elegante betrekking! De enige variabelen die erin voorkomen betreffen de eigenschappen van de strip. Warmteinstraling en plaattemperaturen spelen geen rol, mits binnen het werkgebied van 40 – 80 °C.

Voor een aantal situaties zijn de rendementen R berekend en weergegeven in de tabel op blz. 2. De afwijkingen in R als gevolg van het lineariseren blijken gering te zijn, zie onderstaande tabel.

Buisafstand cm	D m	h mm	40 °C R	50 °C R	60 °C Tabel	70 °C R	80 °C R
20	0,1	0,3	0,69	0,68	0,67	0,66	0,65
10	0,05	0,3	0,83	0,82	0,81	0,80	0,80
20	0,1	0,7	0,78	0,77	0,76	0,75	0,75
10	0,05	0,7	0,88	0,88	0,87	0,87	0,86

### 7. Voorbeeldberekening

Koperplaat, dikte 0,3 mm ofwel  $h = 0,0003$  m. Buisafstand  $B = 20$  cm, ofwel  $D = 0,1$  m.  $\lambda = 370$  W/mK. Hieruit volgt  $z = 0,87$ . Ingevuld in (18) levert dat op 0,67 ofwel 67 %.

### 8. Nawoord

Bij het vervaardigen van de absorberplaten van zonnecollectoren komen de nodige handelingen aan de orde, zoals het vast solderen van de buizen, of het inklemmen daarvan. Bovendien moeten die buizen nog eens stuk voor stuk aan de headers worden gesoldeerd in het geval van de harpconstructie.

Daarnaast blijkt dat de rendementen van de collectoren met plm 25% omhoog te kunnen als de absorberplaat in zijn geheel gekoeld wordt, dus niet via plaatselijk aangebrachte buizen. Het in zijn geheel koelen is mogelijk als we niet uitgaan van plaatmateriaal maar van holle profielen, geëxtrudeerd uit bijv. messing of aluminium. Dikte bijv. 4 mm, breedte bijv. 100 mm, omvattende plm 25 buisjes van 4 x 4 mm. Met een wanddikte van bijv. 0,25 mm.

Messing vierkante buis van 4 x 4 mm met een wanddikte van 0,3 mm is in de handel. Het extruderen van bundels buizen in aluminium wordt ook gedaan, dus in principe lijkt het mogelijk te zijn dergelijke holle plaatjes te extruderen.

Bij het maken van een absorberplaat worden enkele plaatjes naast elkaar gelegd en in de sleuven van de beide headers gestoken. Daarna rondom solderen en klaar is Kees. Eventueel worden de platen hier en daar nog even aan elkaar vastgesoldeerd.

Er wordt bespaard aan arbeid en aan buismateriaal. Aan de andere kant gaan de kosten van plaatmateriaal omhoog. Voor het maken van enkele  $m^2$  collectoren voor een zonneboiler maakt het allemaal niet zoveel uit. Als gedacht wordt aan ruimteverwarming met bijv. 20  $m^2$  collectoroppervlak wordt het een ander verhaal. Dan speelt het hogere rendement een wezenlijke rol, wat ook tot uiting kan komen in een 20 % kleiner collectoroppervlak.

Een verdere opbrengstverbetering kan bereikt worden door gebruik te maken van rondom gelast vacuumglas. Het is nog duur, maar toekomstige prijsverlagingen zijn te verwachten, zoals dat met dubbel glas ook is geschied.